

Upravljanje determinističkim procesima

Optimalno upravljanje vremenski diskretnim dinamičkim sistemima

Adaptivni sistemi – L1c

Milan R. Rapačić

Katedra za automatsko upravljanje
Departman za računarstvo i automatiku
Fakultet tehničkih nauka
Univerzitet u Novom Sadu

10. januar 2020

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Itasdi

Sadržaj

Opšti pojmovi

Optimalno upravljanje determinističkim sistemima

Optimalno upravljanje kao problem numeričke optimizacije

Princip optimalnosti

Opšti pojmovi

Optimalno upravljanje determinističkim sistemima

Optimalno upravljanje kao problem numeričke optimizacije

Princip optimalnosti

Upravljanje: Osnovni pojmovi 1/6

Agent i njegovo okruženje – regulator i objekat upravljanja

- ▶ U ovom kontekstu, donosioc odluka (AGENT) se obično naziva **REGULATOROM**.
- ▶ Cilj regulatora je (najčešće) postizanje **ZADATIH (REFERENTNIH) VREDNOSTI** određenog skupa fizičkih veličina – **UPRAVLJANIH PROMENLJIVIH**.
- ▶ Željene vrednosti upravljanih veličina se ne mogu ostvariti direktno, već se na njih utiče dejstvom na odgovarajući objekat (proces, uređaj, sklop, fenomen) od interesa koji nazivamo **OBJEKTOM UPRAVLJANJA**.
- ▶ U kontekstu upravljanja, **OBJEKAT UPRAVLJANJA** je analogan **OKRUŽENJU** agenta.
- ▶ **REGULATOR** deluje na **OBJEKAT** putem **UPRAVLJAČKIH VELIČINA**.

Upravljanje: Osnovni pojmovi 2/6

Stanje, merenje, upravljanje, ...

- ▶ U problemima upravljanja vremenski diskretnim sistemima, regulator zadaje vrednosti upravljačkog signala sekvencijalno, u DISKRETNIM VREMENSKIM TRENUCIMA.
- ▶ U trenutku t , objekat se nalazi u nekom **STANJU** $x_t \in \mathcal{X}$.
 - ▶ Stanje objekta je rezultat svih prethodnih dejstava regulatora i drugih činilaca. U kontekstu upravljanja, ovi dodatni uticaji, na koje ne možemo da utičemo, a koji su nam najčešće nepoznati, najčešće se nazivaju **POREMEĆAJIMA**.
 - ▶ Tekuće stanje objekta predstavlja svu informaciju o prethodnim događajima (istoriji) koju je neophodno poznavati da bi se poznavalo ponašanje objekta u budućnosti.
- ▶ U svakom trenutku, agent “prima” informaciju (**MERENJE**) o stanju okruženja $y_t \in \mathcal{Y}$, i na osnovu te informacije bira način delovanja, odnosno **UPRAVLJANJE** $u_t \in \mathcal{U}$.

Upravljanje: Osnovni pojmovi 3/6

Greška

- ▶ U *sledećem* vremenskom trenutku, okruženje reaguje na dejstvo agenta tako što SE MENJA prelazeći u naredno stanje.
- ▶ Agent procenjuje uticaj svog delovanja na objekat, uzimajući u obzir i “upravljački napor”, odnosno “cenu” primenjenog upravljanja. Na taj način svaki regulator proračunava odstupanje od idealne situacije, odnosno **GREŠKU** $e_{t+1} \in \mathcal{E} \subseteq \mathbb{R}$.
 - ▶ Česta mera greške u problemima upravljanja jeste kvadrat razlike željenih i merenih vrednosti upravljanih veličina.
 - ▶ Kao mera greške se ponekad uzima i intenzitet primenjenog upravljačkog signala (kao mera utroška energije).
 - ▶ Više različitih pokazatelja se može kombinovati u jednu meru greške, prostim ponderisanim zbrajanjem.
- ▶ Bitno je primetiti razliku u tački gledišta. U klasičnim problemima odlučivanja svaki agent proračunava svoju “nagradu”, dok u problemima upravljanja regulator računa “grešku”.

Upravljanje: Osnovni pojmovi 4/6

Stanje, opservacija, akcija

- ▶ STANJE objekta možemo razumeti kao *minimalni skup informacija o tekućoj situaciji dovoljan za donošenje (ispravne, najbolje, optimalne, ...) odluke.*
- ▶ MERENJE najčešće nosi samo delimičnu informaciju o tekućem stanju. Uopšte, razlikujemo dve vrste procesa odlučivanja:
 - ▶ sa potpunom poznavanjem stanja (kada je u svakom trenutku $y_t = x_t$),
 - ▶ sa nepotpunom opservacijom stanja.
- ▶ Ponekad su različite upravljačke akcije na raspolaganju u zavisnosti od stanja objekta. To je, međutim, relativno redak slučaj i u nastavku se njime nećemo baviti.

Upravljanje: Osnovni pojmovi 5/6

Cilj i strategija agenta

- ▶ Pravilo (algoritam, logiku) na osnovu koga regulator bira upravljačku akciju poznajući (potpuno ili delimično) stanje okruženja nazivamo **UPRAVLJAČKOM STRATEGIJOM** ili **ZAKONOM UPRAVLJANJA**.
- ▶ **CILJ** regulatora je da minimizuje **GUBITAK**, tj. određenu kumulativnu meru greške koju čini tokom procesa upravljanja.
- ▶ **UČENJE** je (u ovom kontekstu) postupak promene strategije, odnosno zakona upravljanja, na osnovu iskustva.

Upravljanje: Osnovni pojmovi 6/6

Vrednost stanja i akcije

- ▶ **VREDNOST STANJA x PRI UPRAVLJAČKOJ STRATEGIJI u** je GUBITAK koji trpimo ukoliko, polazeći iz stanja x , primenjujemo upravljačku strategiju u .
- ▶ **VREDNOST STANJA x** jeste minimalni GUBITAK koji agent može ostvariti kada je objekat u stanju x . Drugim rečima, to je gubitak koji agent trpi ukoliko bira najisplativiju upravljačku strategiju.

Upravljanje: Osnovni pojmovi 7/6

Problem optimalnog odlučivanja

- ▶ **OPTIMALNO UPRAVLJANJE** je ona koja u svakom stanju deluje tako da se minimizira gubitak.
- ▶ ... drugim rečima, u^* je optimalna strategija ako (i samo ako) je vrednost proizvoljnog stanja pri toj strategiji manja ili jednaka od vrednosti istog stanja pri proizvoljnoj drugoj strategiji!

Opšti pojmovi

Optimalno upravljanje determinističkim sistemima

Optimalno upravljanje kao problem numeričke optimizacije

Princip optimalnosti

Objekat upravljanja

- ▶ Za svako tekuće stanje x i svaku tekuću upravljačku akciju u jednoznačno je određeno naredno stanje x^+ .

$$x^+ = f(x, u)$$

- ▶ Za svako tekuće stanje x i svaku tekuću upravljačku akciju u jednoznačno je određena greška (odnosno odstupanje od idealne situacije) e .

$$e = h(x, u)$$

Gubitak

- ▶ Gubitak agenta u ma kom trenutku definišemo kao (otežanu) sumu svih budućih grešaka.

$$g_t := \sum_{\tau=0}^{\infty} \gamma^{\tau} e_{t+1+\tau}$$

$\gamma > 0$ nazivamo *faktorom obezvređivanja*.

- ▶ Gubitak se može računati rekurzivno

$$g_t = e_{t+1} + \gamma g_{t+1}$$

Upravljačka strategija

- ▶ Strategija agenta jeste pravilo koje za svako stanje okruženja jasno definiše upravljačko dejstvo koje treba primeniti na objekat upravljanja,

$$u = u(x)$$

- ▶ Vrednost stanja x pri upravljačkoj strategiji u

$$v_u(x) = g_t \text{ kada je } x_t = x \text{ i } (\forall k \geq t) u_k = u(x_k)$$

Optimalno upravljanje

- ▶ u^* je optimalna strategija ako i samo ako je

$$v_{u^*}(x) \geq v_u(x) \quad (\forall x \in \mathcal{X})(\forall u \in \mathcal{U})$$

- ▶ Vrednost stanja x jeste vrednost tog stanja pri optimalnoj strategiji

$$v(x) := v_{u^*}(x)$$

Problem optimalnog upravljanja

Formalna postavka problema ...

$$u_t^* = \operatorname{argmin}_u \sum_{\tau=0}^{\infty} \gamma^\tau h(x_{t+\tau+1}, u_{t+\tau+1})$$

ukoliko je $x(t) = x_0$ i $\forall \tau \geq t$

$$x_{\tau+1} = f(x_\tau, u_\tau),$$

$$u_\tau \in \mathcal{U}$$

Opšti pojmovi

Optimalno upravljanje determinističkim sistemima

Optimalno upravljanje kao problem numeričke optimizacije

Princip optimalnosti

Princip optimalnosti

An optimal policy has the property that whatever the initial state and initial decision are, the remaining decisions must constitute an optimal policy with regard to the state resulting from the first decision.

Bellman, 1957, Chap. III.3.

Belmanova jednačina 1/2

Vrednost proizvoljnog stanja u ma kojoj datoj strategiji se može računati rekurzivno!

$$\begin{aligned}v_u(x) &= g_t \text{ kada je } x_t = x \text{ i } (\forall k \geq t) u_k = u(x_k) \\&= e_{t+1} + \gamma g_{t+1} \text{ ako } x_t = x \text{ i } (\forall k \geq t) u_k = u(x_k) \\&= h(x, u(x)) + \gamma (g_{t+1} \text{ ako } x_t = x \text{ i } (\forall k \geq t) u_k = u(x_k)) \\&= h(x, u(x)) + \gamma (g_{t+1} \text{ ako } x_{t+1} = f(x, u(x)), (\forall k \geq t+1) u_k = u(x_k)) \\&= h(x, u(x)) + \gamma v_u(f(x, u(x)))\end{aligned}$$

$$v_u(x) = h(x, u(x)) + \gamma v_u(f(x, u(x)))$$

Belmanova jednačina 2/2

$$u^* = \operatorname{argmax}_{u \in \mathcal{U}} \{h(x, u) + \gamma v(f(x, u))\}$$